

Wykresy krzywych

Wykresy krzywych parametrycznych

Wykres krzywej zadanej parametrycznie

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad t \in [a, b],$$

tworzy polecenie

`ParametricPlot[{x[t], y[t]}, {t, a, b}].`

Zadanie 1. Utwórz wykres krzywej

$$x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Zadanie 2. Utwórz wykres krzywej

$$x = \sin 3t \cos 5t, \quad y = \sin 2t \cos 7t \quad t \in [0, 2\pi].$$

kolorem czerwonym na jasnoszarym tle.

Użyj opcji `PlotStyle -> {Red, Thick}`, `Background -> LightGray`

Zadanie 3. Utwórz wykres krzywej

$$x = \cos t + \frac{1}{2} \cos 7t + \frac{1}{2} \cos at, \quad y = \sin t + \sin 7t + \frac{1}{2} \cos bt, \quad t \in [0, 2\pi],$$

gdzie $a, b \in [5, 25]$.

Użyj `Manipulate` z parametrami `{{a, 17}, 5, 25}`, `{{b, 12}, 5, 25}`,
(liczby 17 i 12 to wartości początkowe parametrów a i b).

Jako dodatkowe opcje do `ParametricPlot` należy dodać:

`PlotRange -> 2`, `PerformanceGoal -> "Quality"`

Zadanie 4. Krzywa Lissajous dana jest równaniami parametrycznymi

$$x = \sin(at + d), \quad y = \cos bt, \quad 0 \leq t \leq 20\pi.$$

Używając `Manipulate` z parametrami `{a, 1, 4}`, `{b, 1, 4}`, `{d, 0, 2 Pi}`

Utworzyć rodzinę krzywych tego typu.

W poleceniu `ParametricPlot` podać dodatkowy parametr

`PerformanceGoal -> "Quality"`

Współrzędne biegunowe

Wykres krzywej zadanej we współrzędnych biegunowych równaniem

$$r = f(t), \quad t_1 \leq t \leq t_2,$$

otrzymujemy stosując polecenie

`PolarPlot[f[t], {t, t1, t2}]`

Zadanie 5. Utwórz wykres krzywej (kardioida)

$$3(1 - \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Zadanie 6. Utwórz wykres kardioidy

$$3(1 - \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Dodaj opcje dla `PolarPlot`:

`PolarAxes -> Automatic, PolarGridLines -> Automatic,`
`PlotStyle -> {Red, Thick}`

Zadanie 7. Krzywa opisana we współrzędnych biegunowych równaniem $r = t$ nazywa się spiralą Archimedesesa. Naszkicuj jej wykres dla $0 \leq t \leq 10\pi$ i następnie dla $-10\pi \leq t \leq 10\pi$.

Zadanie 8. Równanie $r = \sin nt$, gdzie n jest dodatnią liczbą całkowitą, opisuje krzywą zwaną różą. Utwórz jej wykres różnych n . Użyj `Manipulate`. Kliknij na znak $+$ przy suwaku, żeby była pokazana aktualna wartość parametru.

Krzywe zadane równaniem

Wykres krzywej zadanej równaniem

$$x^2 + y^2 = 1, \quad -1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1$$

tworzy polecenie

`ContourPlot[x^2 + y^2 == 1, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}]`

Zadanie 9. Utwórz wykres krzywej

$$x^2 - y^2 = 1, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad -1 \leq y \leq 1$$

wraz z jej asymptotami.

Standardowo rysowana jest ramka i brak jest osi. Usuń ramkę i dodaj osie stosując opcję `Axes -> True, Frame -> False`. Zastosuj też opcję: `ContourStyle -> {{Red, Thick}, {Blue, Dashed}}`

Zadanie 10. Utwórz wykres krzywej (liść Kartezjusza)

$$x^3 + y^3 = 3axy, \quad -2 \leq x, y \leq 2,$$

wraz z asymptotą $y = -x - a$. Użyj `Manipulate` z parametrem a .

Zadanie 11. Rozwiąż graficznie układ równań

$$\begin{aligned} 2x^2 + y^2 &= 4, \\ 2xy - 2x &= -5 \end{aligned}$$

Zadanie 12. Użyj `Manipulate` do zaobserwowania zmian kształtu krzywej

$$a_{30}x^3 + a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + a_{03}y^3 + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{01}y + a_{00} = 0$$

$$-5 \leq x, y \leq 5.$$

w zależności od współczynników $-20 \leq a_{ij} \leq 20$.

Rozwiązanie:

```
Manipulate[
ContourPlot[a30 x^3+a21 x^2 y+a12 x y^2+a03 y^3
+a20 x^2 +a11 x y+a02 y^2+a10 x+a01 y+a00==0,
{x,-pr,pr},{y,-pr,pr},
ContourStyle->{RGBColor[.25,.43,.82],Thickness[.005]},ImageSize->{400,400},
PerformanceGoal->"Quality",ImagePadding->20],
{{pr,5,"zakres x y"},{5,10,20}},
Style["współczynniki",Bold],
{{a30,1.,"x^3"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a21,0,"x^2 y"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a12,0,"x y^2"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a03,-1.,"y^3"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a20,0,"x^2"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a11,0,"x y"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a02,0,"y^2"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a10,0,"x"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a01,0,"y"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
{{a00,10,"1"},-20,20,.1,ImageSize->Tiny,Appearance->"Labeled"},
ControlPlacement->Left,AutorunSequencing->{1,3,5,7,9}
]
```