

Wykresy funkcji dwu zmiennych

Polecenie

`Plot3D[f[x, y], {x, x1, x2}, {y, y1, y2}]`

powoduje wyświetlenie wykresu funkcji

$z = f(x, y)$ dla $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq x_2$.

Przykład.

`Plot3D[E^(-x^2 - y^2), {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]`

Pociągnięcie myszą: obrót, z naciśniętym klawiszem CTRL - zoom, z naciśniętym klawiszem SHIFT - przesunięcie.

Zadanie 1. Utwórz wykres funkcji

$$f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}, \quad -3 \leq x \leq 3, \quad -3 \leq y \leq 3.$$

(a) W celu zwiększenia zakresu na osi z użyj opcji `PlotRange -> {0, 1}`

(b) Dodaj opcję

`Mesh -> False` aby nie wyświetlić siatki linii na wykresie

(b) Dodaj opcję

`ColorFunction -> "DarkTerrain"` aby zmienić kolor wykresu.

Zadanie 2. Utwórz wykres funkcji

$$z = \sin x \cos x, \quad -\pi \leq x \leq \pi, \quad -\pi \leq y \leq \pi.$$

(a) Dodaj oznaczenia osi: `AxesLabel -> {"x", "y", "z"}`

(b) Zmień znaczniki osi:

`Ticks -> {{-Pi, -Pi/2, 0, Pi/2, Pi}, {-Pi, -Pi/2, 0, Pi/2, Pi}, {-1, 0, 1}}`

Zadanie 3. Utwórz wykres funkcji

$$z = -\sqrt{x^2 + y^2},$$

(a) określonej na kwadracie

$$\{(x, y) : -1 \leq x, y \leq 1\}.$$

(b) określonej na kole

$$\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Użyj opcji: `RegionFunction -> Function[{x, y}, x^2 + y^2 <= 1]`.

Zadanie 4. Utwórz wykres funkcji

$$z = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

Funkcja ta jest nieciągła w punkcie (x, y) . Aby kształt wykresu w otoczeniu tego punktu był wyraźniejszy, ogranicz dziedzinę tej funkcji do zbioru

$$\{(x, y) : \sqrt{x^2 + y^2} \geq \frac{1}{10}\}.$$

Zadanie 5. Utwórz wykres funkcji hiperboloidy - siodła:

$$z = x^2 - y^2, \quad -5 \leq x \leq 5, \quad -5 \leq y \leq 5.$$

Warto dodać opcję `BoxRatios -> Automatic`, dzięki czemu skala na osiach będzie taka sama.

Zadanie 6. Utwórz wykres funkcji (paraboloida):

$$z = x^2 + y^2, \quad -1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

Użyj opcji: `RegionFunction -> Function[{x, y}, x^2 + y^2 <= 1]`.

Zadanie 7. Utwórz wykres funkcji

$$z = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, \quad -3 \leq x \leq 3, \quad -3 \leq y \leq 3.$$

Zaznacz na wykresie krzywe: przecięcia wykresu z płaszczyznami $x = -2$ i $y = 1$.

Wsk. Należy dodać opcję `Mesh -> {{-2}, {1}}`

Zadanie 8. Utwórz wykres funkcji

$$f(x, y) = \sin(x \cos x), \quad -3 \leq x \leq 3, \quad -3 \leq y \leq 3.$$

a. Zaznacz na wykresie krzywe: przecięcia wykresu z 9 płaszczyznami $f(x, y) = \text{const}$.

Wsk. Należy dodać opcje

`MeshFunctions -> {Function[{x, y, z}, z]}, Mesh -> 9`

b. Zmień kolor wykresu:

`ColorFunction -> "LakeColors"`

c. Utwórz dla porównania wykres poziomicy funkcji f :

`ContourPlot[Sin[x Cos[y]], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]`

Zadanie 9. Utwórz wykres funkcji

$$g(x, y) = (x^2 + 3y^2)e^{1-x^2-y^2}, \quad -2 \leq x \leq 2, \quad -2.5 \leq y \leq 2.5.$$

Utwórz dodatkowo rodzinę wykresów funkcji

$$z = g(x, b), \quad -2 \leq x \leq 2,$$

gdzie parametr b zmienia się w zakresie $-2.5 \leq b \leq 2.5$.

Użyj manipulatora. Do polecenia Plot dodaj opcje

```
PlotRange -> {-0.2, 3.2}, Frame -> True, Axes -> False,  
PlotStyle -> {Thick, Black}
```